ಅಧ್ಯಾಯ – 2, ಘಟಕ 3

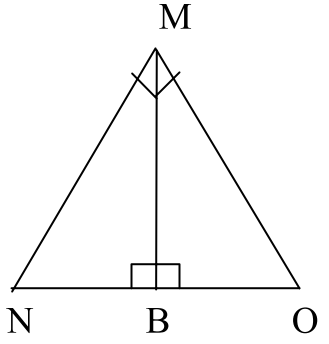
ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆ

1) ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನ:

- ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಕೋನ ಮತ್ತು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗನುಗುಣವಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸುತ್ತಾರೆ.
- ವಿವಿಧ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸುತ್ತಾರೆ.
- ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಶೇಷ ಗುಣಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ, ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸುತ್ತಾರೆ.
- ಸೂತ್ರ ಬಳಸಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುತ್ತಾರೆ.
- ತ್ರಿಭುಜದ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುತ್ತಾರೆ.
- ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಕೋನದ್ವಿಭಾಜಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುತ್ತಾರೆ.
- ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಮತ್ತು ಅಂತಸ್ಥಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ ಅವುಗಳಿಂದ ಹೊರ ಹೊರಟ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನೊಡನೆ ಉಂಟಾಗುವ ಹೊರಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ತಿಳಿದಿರುತ್ತಾರೆ.

2) ಸೇತುಬಂಧ:

- ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆಗೆ ಕನಿಷ್ಠ ಎಷ್ಟು ಅಂಶಗಳು ಬೇಕು?
- ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿರುವ ಅವಯವಗಳು ಯಾವುವು?
- ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆಗೆ ಇರುವ ನಿರ್ಬಂಧಗಳು ಯಾವುವು?
- ತ್ರಿಕೋನದ ಅರ್ಥ ಏನು?
- ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಧಗಳು ಯಾವುವು?
- ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಧಗಳು ಯಾವುವು?
- ತ್ರಿಭುಜದ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಬಹಿರ್ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು/ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಹೇಳುವುದು.



ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರ ΔMNOದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು $N\hat{M}O=90^0$ ಮತ್ತು $MB \perp NO$. ಎಲ್ಲಾ ಲಂಬಕೋನ, ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ವಿಕರ್ಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.

- ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳು 2:3:4 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

೩) <u>ಗುರಿ ಮತ್ತು ಉದ್ದೇಶಗಳು:</u>

- ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಸಾಧಿಸುವುದು.
- ನಿಗಮನ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಕಾರಣೀಕರಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದುವುದು.
- ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ಆಧರಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಸಾಧಿಸುವುದು.
- ಸರ್ವಸಮತೆ ಮತ್ತು ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಅರ್ಥವನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.
- ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಸ್ವೀಕೃತ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು.
- ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅವನ್ನು ಆಧರಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ಸಾಧಿಸುವುದು.
- ದೈನಂದಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಉಪಯೋಗವನ್ನು ಪ್ರಶಂಸಿಸುವುದು.

4) <u>ನಿತ್ಯ ಜೀವನಕ್ಕೆ ಅನ್ವಯ:</u>

ಸರ್ವಸಮ ಅಥವಾ ಸಮಮಿತಿಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಟ್ಟಡಗಳನ್ನು ಕಟ್ಟುವಾಗ, ದೇವಸ್ಥಾನ, ಚರ್ಚು, ಮಸೀದಿಗಳನ್ನು ಕಟ್ಟುವ ಶಿಲ್ಪಿಗಳು ಹೊಂದಿರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ರೇಖಾಗಣಿತದ ಸಂಪೂರ್ಣ ಜ್ಞಾನವಿರದಿರುವ ಒಬ್ಬ ಗಾರೆ ಕೆಲಸಗಾರನೂ ತನ್ನ ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಬೇಕಾದ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತಾನೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ ಯಾವುದೇ ಓರ್ವ ವಾಸ್ತುಶಿಲ್ಪಿ ಅಥವಾ ಬಡಗಿ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಹೊಂದಿರದೇ ಇದ್ದಲ್ಲಿ ತಮ್ಮ ಕೆಲಸವನ್ನು ಸಮರ್ಪಕವಾಗಿ/ಅಂದವಾಗಿ ಕಾಣುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

<u>ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು (ಮುಂದುವರಿದ ಭಾಗ)</u>

ಒಂದು ತೆಳುವಾದ ರಟ್ಟಿನ ಮೇಲೆ ΔABC ಮತ್ತು ΔDEFಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು. $AB=DE=5cm$, ಕರ್ಣ $AC=DF=8cm$ ಮತ್ತು $\angle ABC = \angle DEF = 90^o$ ಇರಲಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸುವುದು. $\angle B = \angle E$ಯ ಮೇಲೂ, ABಯು DEಯ ಮೇಲೂ ಮತ್ತು ಕರ್ಣ ACಯು DF ಮೇಲೂ ಇರುವಂತೆ ΔABCಯನ್ನು ΔDEF ಮೇಲೆ ಇಡುವುದು. ಈಗ ನೀವು ಏನನ್ನು ಗಮನಿಸುವಿರಿ? $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು.

೫) ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ವಿಷಯಗಳು:

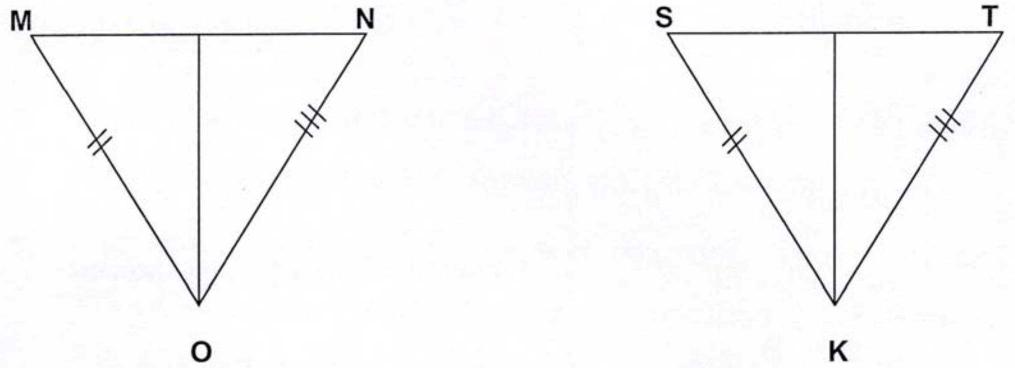
ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ (SSS) ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ ರೈತನೋರ್ವನು ಎರಡು ಹೊಲಗಳು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ಹೇಗೆ ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು?

ಎರಡು ಸಮಕೋನೀಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವೇ?

೨ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆಯೇ?

ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಇನ್ನೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದಾಗ ಅವುಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದೇ?

6) ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು:



ಮೇಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಕೇವಲ ಮೂರು ಮೂಲಾಂಶಗಳನ್ನು (ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು) ಗುರುತು ಮಾಡಿರುವ ಕತ್ತರಿಸಿದ ರಟ್ಟಿನ ತ್ರಿಕೋನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು. ΔSTK ಯನ್ನು ΔNMO ದ ಮೇಲೆ $\overline{SK}$ ಮತ್ತು $\overline{NO}$ ಮತ್ತು $\overline{TK}$ ಮತ್ತು $\overline{MO}$ ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಇಡಿ. ಈಗ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

೨) XY=5cm, YZ=6cm ಮತ್ತು ZX=6.5cm ಇರುವಂತೆ ΔXYZ ರಚಿಸಿ. KL=5cm, LM=6cm ಮತ್ತು KM=6.5cm ಇರುವಂತೆ ΔKLM ರಚಿಸುವುದು. ಅವುಗಳನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ΔXYZ ಮತ್ತು ΔKLM ಮೇಲೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮೂರು ಮೂಲಾಂಶಗಳು ಐಕ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಇಡುವುದು.

೩) ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಈ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಟ್ಟಿನ ಮೇಲೆ ರಚಿಸುವುದು. $\angle B = \angle E = 70^\circ$, $\angle C = \angle F = 50^\circ$ ಮತ್ತು BC=EF = 6 ಸೆ.ಮೀ ಇರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಯೋಗವನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸುವುದು. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ಎಂದು ಕಂಡು ಬರುತ್ತದೆ.

7. ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸಲು ಅಗತ್ಯ ಸೂಚನೆಗಳು: ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು:

$\overline{AB} = \overline{AB}$

$\angle A = \angle A$

} REFLEXIVE Property ಪ್ರತಿಫಲಿತ ಗುಣ

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ಆದರೆ

$\overline{CD} \cong \overline{AB}$

$\angle A = \angle B$

ಆದರೆ $\angle B = \angle A$

} SYMMETRIC Property ಸಮಮಿತಿಯ ಗುಣ

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ಮತ್ತು

$\overline{CD} \cong \overline{EF}$

ಆದರೆ $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

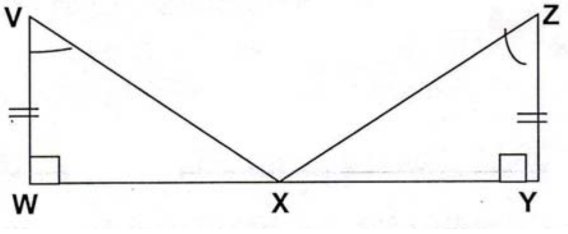
ii) $\angle A = \angle B$ ಮತ್ತು

$\angle B = \angle C$ ಆದರೆ

$\angle A = \angle C$

} Transitive Property, ಸಂಕ್ರಮಣ ಗುಣ

- ಯಾವುದೇ ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ, ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವ ಕುರಿತು ಒಂದು ಯೋಜನೆಯನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. 1) ಇದರಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬರೆದುಕೊಂಡು ಸಾಧ್ಯವಾದಷ್ಟು ಮಟ್ಟಿಗೆ ಸರ್ವಸಮತೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ



(ASA ಸಿದ್ಧಾಂತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ)

೮) ಪೂರಕ ಸಾಹಿತ್ಯ ಹಾಗೂ ಮಾಹಿತಿಯ ಮೂಲ

MATHMATTERS–An Integrated Approach CHICHA LYNCH, ENGINE OSLSTEAD National Test Book Company. USA.

೯) **<u>ಬೋಧನೋಪಕರಣಗಳ ತಯಾರಿ</u>**

ರಟ್ಟು/ ಮರ /ಪ್ಲೈವುಡ್‌ನಿಂದ ತಯಾರಿಸಿದ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳು

SSS ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಆಧರಿಸಿ
SAS ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಆಧರಿಸಿ } ರಚಿಸುವುದು
ASA ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಆಧರಿಸಿ

ವೃತ್ತಗಳು (ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಗಳು)

ಮರದಿಂದ / ರಟ್ಟಿನಿಂದ

ಗಾತ್ರ ಮತ್ತು ಆಕಾರ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಇರುವ ಯಾವುದೇ ಆಯಾಮದ ಆಕೃತಿಗಳು.

10) **<u>ಸ್ವಕಲಿಕೆಗೆ ಸಲಹೆಗಳು:</u>**

- ಒಂದು ವರ್ಗ ಅಥವಾ ಆಯತದ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ರಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಿಕೊಂಡು, ಅವುಗಳ ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು.
- ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವಾಗ ಆಕೃತಿಗಳ ಗಾತ್ರ ಮತ್ತು ಆಕಾರ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಇರಬೇಕೆಂದು ತಿಳಿಸಿಕೊಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಸಮವಾದ ಅವಯವಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿಕೊಂಡು ಆಕೃತಿಗಳ ಸರ್ವಸಮತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು.