

## ಗಣಿತೀಯ ಗುಣಗಳ ಮೂರು ಸೊಗಸಾದ ಋಜುವಾತುಗಳು

- ಮೋಷೆ ಸ್ವಪೆಲ್ ಮತ್ತು ಅವೀ ಸೀಗ್ಲರ್

ಗಣಿತೀಯ ಹೇಳಿಕೆಗಳ ಸೊಗಸಾದ ಋಜುವಾತುಗಳು ಗಣಿತದ ಸೌಂದರ್ಯವನ್ನು ತೆರೆದಿಡುವುದಲ್ಲದೆ ಗಣಿತವನ್ನು ಕಲಿಯುವುದರಲ್ಲಿ ಅಡಗಿರುವ ಸಂತಸವನ್ನು ಮತ್ತಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸುತ್ತವೆ . ದೃಶ್ಯಮಾತ್ರದಿಂದಲೇ ಋಜುವಾತುಗೊಳಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸುವಂತಹ 'ಪದರಹಿತ ಋಜುವಾತು' ಸಮಸ್ಯಾಪೂರಣ ವಿಧಾನವಂತೂ ಮನಮೋಹಕವಾಗಿದೆ. ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಸೌಂದರ್ಯವನ್ನು ಸೊಗಸಾಗಿ ಬಿಂಬಿಸಲು ದೃಶ್ಯಗಳನ್ನೇ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತಹ ಮೂರು ಋಜುವಾತುಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತ ಪಡಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ವಸ್ತುನಿಷ್ಠವಾಗಿ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ ಇವು ನಿಜಕ್ಕೂ 'ಪದರಹಿತ' ಋಜುವಾತುಗಳಲ್ಲ - ಏಕೆಂದರೆ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತೀಯ ಉಕ್ತಿಗಳು ಮತ್ತು ಸೂತ್ರಗಳು ಗೋಚರಿಸಿವೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಅವುಗಳದು ಕುಂದಿಲ್ಲದ ಸೊಬಗೇ ಆಗಿದೆ.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸೌಂದರ್ಯಶಾಸ್ತ್ರ ಮತ್ತು ಅಪ್ರತಿಮ ಸೊಬಗುಗಳ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕುರಿತಾದ ಹಲವಾರು ಪ್ರಮುಖ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಕಂಡುಬರುತ್ತವೆ. ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಹಲವಾರು ಅಧ್ಯಯನಗಳು ಗಣಿತವನ್ನು ಬೋಧಿಸುವಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಸೊಬಗನ್ನು ತೋರ್ಪಡಿಸುವ ಹಿಂದಿನ ಮಹತ್ವವನ್ನು ಕುರಿತು ಚರ್ಚಿಸಿವೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿತವಾದ ಕೆಲವು ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ:

- "ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರವು ಮನುಕುಲದ ಅತ್ಯಂತ ಶ್ರೇಷ್ಠವಾದ ಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕ ಮತ್ತು ಬೌದ್ಧಿಕ ಸಾಧನೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಗಣಿತದ ಸೌಂದರ್ಯಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಪೂರಕವಾಗುವ ಗುಣ ಮತ್ತು ಮನೋರಂಜಕ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಗಣಿತವನ್ನು ಮೆಚ್ಚಿಕೊಳ್ಳುವ ಮತ್ತು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ಗುಣಗಳನ್ನು ನಾಗರಿಕರು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು"[1].
- "ಕಲಾಕಾರನ ಅಥವಾ ಕವಿಯ ಚಿತ್ರ/ಪದ ವಿನ್ಯಾಸದಂತೆಯೇ ಗಣಿತಜ್ಞನ ವಿನ್ಯಾಸವೂ ಸುಂದರವಾಗಿರಬೇಕು; ವರ್ಣಗಳು ಅಥವಾ ಪದಗಳಂತೆಯೇ ಗಣಿತಜ್ಞನ ಆಲೋಚನೆಗಳು ಸಹ ಸಾಮರಸ್ಯದಿಂದ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಾಗಬೇಕು. ಸೌಂದರ್ಯವೇ ಗಣಿತದ ಮೊದಲ ಪರೀಕ್ಷೆ; ಈ ಜಗದಲ್ಲಿ ಕುರೂಪಿ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಶಾಶ್ವತ ಸ್ಥಾನವಿಲ್ಲ"[2].
- "ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಸೌಂದರ್ಯಶಾಸ್ತ್ರವು ಸುಸಂಬಂಧವಾದುದೆಂದು ನಮಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಕಂಡುಬರುವುದಾದರೂ, ಗಣಿತೀಯ ಅನುಭವದಲ್ಲಿ ಸೌಂದರ್ಯಶಾಸ್ತ್ರವನ್ನು ಉದ್ದೇಶಪೂರ್ವಕವಾಗಿ ಅಳವಡಿಸಲು ಯತ್ನಿಸಿದಾಗ ಅದರ ಸೊಬಗು ಕೈಗೆಟುಕದಂತಿರುತ್ತದೆ"[3].
- "ಗಣಿತದ ಸೊಬಗು ಗಣಿತೀಯ ಉದ್ಯಮದ ಪ್ರಮುಖ ಲಕ್ಷಣವಾಗಿದ್ದು, ಈ ಸೊಬಗು ವಿಜ್ಞಾನಗಳ ಪೈಕಿ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ"[4].
- "ಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಯಶಸ್ವಿಯಾಗಿ ಬಿಡಿಸುವ ಗಣಿತಜ್ಞರು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಕ್ರಿಯೆಯ ಅನುಭವವು ಗಣಿತದ ಸೊಬಗನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಹೆಚ್ಚು ಮೆಚ್ಚಲು ಪೂರಕವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದಿದ್ದಾರೆ"[5].

ಗಣಿತಜ್ಞರು ಮತ್ತು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರ ಪೈಕಿ, ಅನೇಕರು ಸೌಂದರ್ಯಾಂಶವು ಗಣಿತ ತರಗತಿಯ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಂಗವಾಗಿರಬೇಕೆಂಬ ಅಭಿಪ್ರಾಯ ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ.

ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಗಣಿತದ ಸೊಬಗನ್ನು ಎತ್ತಿತೋರಿಸುವ ಮೂರು ಸೊಗಸಾದ ಋಜುವಾತುಗಳತ್ತ ಗಮನ ಹರಿಸೋಣ.

**ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು:** ಋಜುವಾತು, ಪದರಹಿತ ಋಜುವಾತುಗಳು, ಚಿತ್ರಗಳು, ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು, ಅಂತಸ್ಥ ವೃತ್ತಗಳು, ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು, ವಿಕರ್ಣ, ಸದೃಶ ತ್ರಿಕೋನಗಳು (ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳು)

### ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು

ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ 1 ಅನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವು ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.

<equations>

ಮೇಲ್ಕಂಡ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯ ಗಣಿತೀಯ ಕ್ರಮವು ಹೀಗಿದೆ :

$$n(n + 1)(n + 2)(n + 3) + 1 = (n^2 + 3n + 1)^2 .$$

ಟಿಪ್ಪಣಿ 1: ಋಜುವಾತು ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಗುಣವನ್ನು ಆಧರಿಸಿದೆ: 2. ಎರಡು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 2 ಆಗಿರುವಾಗ ಅದರ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿನ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯ

ವರ್ಗದ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 1 ಸಂಖ್ಯೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. (ಉದಾಹರಣೆಗೆ,  $5 \times 7 = 35 = 6^2 - 1$ .)

ನಾಲ್ಕು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ಹೊರ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 2 ಆಗಿರುತ್ತದೆ; ಮೇಲೆ ಉಲ್ಲೇಖಿತವಾದ ಗುಣವನ್ನು ಇಲ್ಲಿಯೂ ಅನ್ವಯಿಸಿದಾಗ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಒಂದನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಅವೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವು ಲಭಿಸುವುದು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. (ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ 4, 5, 6, 7 ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಹೊರ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 28 ಮತ್ತು ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 30. ಈ ಎರಡು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 2 ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ).

ಟಿಪ್ಪಣಿ 2: ಮೇಲ್ಕಂಡ ಅನನ್ಯತೆಯು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸೂತ್ರಕರಣಕ್ಕೆ ಸೊಗಸಾಗಿ ಅನ್ವಯವಾಗುತ್ತದೆ : ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯು a ಆಗಿದ್ದು, ಸಮಾಂತರ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು d ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ:

$$a(a + d)(a + 2d)(a + 3d) + d^2 = (a^2 + 3ad + d^2)^2 .$$

ಎಂದರೆ, ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ಅಂತರದ ನಾಲ್ಕರ ಘಾತವನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ದೊರಕುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಪರಿಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

### ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥಗೊಳಿಸಿದ ಮೂರು ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು

<figure>

X ಆಕಾರದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು [X] ಸೂಚಿಸಲಿ. ಆಗ:

$$\triangle ABC \sim \triangle ACD \sim \triangle CBD,$$

$$\therefore \frac{\triangle ACD}{\triangle ABC} = \frac{r_1}{r_2}, \quad \frac{\triangle CBD}{\triangle ABC} = \frac{r_2}{r_2}$$

ಆದರೆ  $[\triangle ACD] + [\triangle CBD] = [\triangle ABC]$ , ಆದ್ದರಿಂದ

$$r_1^2 + r_2^2 = r^2.$$

ಅನುಸಿದ್ಧಾಂತ:  $AC = BC$  ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ

$$r_1 = r_2 = r/\sqrt{2}$$

ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು

(1) ಇದೇ ರೀತಿ, ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತವೊಂದರ ತ್ರಿಜ್ಯವು R ಆಗಿದ್ದರೆ; ಅದರ ಎತ್ತರವು h ಆಗಿದ್ದರೆ; ಅದರ ಕೋನಭೇದಕದ ಉದ್ದವು l ಆಗಿದ್ದರೆ; ಮತ್ತು ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಯ ಉದ್ದವು m ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ:

$$R_1^2 + R_2^2 = R^2,$$

$$h_1^2 + h_2^2 = h^2,$$

$$l_1^2 + l_2^2 = l^2,$$

$$m_1^2 + m_2^2 = m^2.$$

ಟಿಪ್ಪಣಿ: ಒಂದೇ ರೀತಿ ಇರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿತವಾಗಿ ಕಂಡುಬರುವ ಅನುಪಾತ ಪ್ರಮಾಣವು ಅವೇ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಅನುರೂಪ ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿತವಾಗಿಯೂ ಅದೇ ಅನುಪಾತ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಅನುರೂಪ ಎತ್ತರಗಳು, ಅನುರೂಪ ಕೋನಭೇದಕಗಳು, ಅನುರೂಪ ಮಧ್ಯ ಲಂಬಗಳು, ಇತ್ಯಾದಿ.

(2)  $h_1^2 + h_2^2 = h^2$  ಎಂಬ ಹೇಳಿಕೆಯು ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಹೇಳುವ ಇನ್ನೊಂದು ಕ್ರಮವಾಗಿರುವುದಷ್ಟೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಆ ಪ್ರಖ್ಯಾತ ಪ್ರಮೇಯಕ್ಕೆ ಮತ್ತೊಂದು ಋಜುವಾತನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತದೆ.

<figure>

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿನ ಮತ್ತಷ್ಟು ಸಂಬಂಧಗಳು

ABC ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲೆ D ಬಿಂದು ಇರಲಿ. ಆಗ:

$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC$$

ಚಿತ್ರ 3.1 ಹಾಗೂ 3.2

ABC ಮತ್ತು EDC ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಾದೃಶ್ಯತೆಯಿಂದ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪಡೆಯಲಾಗಿದೆ (ಚಿತ್ರ 3.2 ರಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸಿದಂತೆ). ಇದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿಯೇ ABC ಮತ್ತು FBD ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸಹ ಪರಸ್ಪರ ಹೋಲುತ್ತವೆ (ಚಿತ್ರ 3.3 ನೋಡಿರಿ)

<ಚಿತ್ರ 3.3>

DF ಬಾಹುವು AC ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ AFDE ಒಂದು ಆಯತ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ (ಚಿತ್ರ 3.3 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ).

ಗಮನಿಸಿ: D ಬಿಂದುವು BC ರೇಖೆಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ, ಮೇಲ್ಕಂಡ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಳಸಿ, "ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಕರ್ಣದ ಮಧ್ಯಲಂಬ (ಮೀಡಿಯನ್)ದ ಅಳತೆಯು ವಿಕರ್ಣದ ಅರ್ಧ ಅಳತೆಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ" ಎಂಬ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಋಜುವಾತುಗೊಳಿಸಬಹುದು.

### ಆಕರಗಳು

1. ನ್ಯಾಷನಲ್ ಕೌನ್ಸಿಲ್ ಆಫ್ ಟೀಚರ್ಸ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್ (ಎನ್‌ಸಿಟಿಎಂ), (2000, ಪುಟ. 4). ಪ್ರಿನ್ಸಿಪಲ್ಸ್ ಅಂಡ್ ಸ್ಟಾಂಡರ್ಡ್ಸ್ ಫಾರ್ ಸ್ಕೂಲ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್. ರೆಸ್ಪನ್ಸ್, ವಿಎ: ಎನ್‌ಸಿಟಿಎಂ.
2. ಹಾರ್ಡಿ, ಜಿ.ಹೆಚ್. (1940, ಪುಟ. 40). ಎ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟೀಷಿಯನ್ಸ್ ಅಪಾಲಜಿ, ಕೇಂಬ್ರಿಡ್ಜ್, ಯು.ಕೆ., ಕೇಂಬ್ರಿಡ್ಜ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ಮುದ್ರಣಾಲಯ.
3. ಗಡನಿಡಿಸ್, ಜಿ., & ಹಾಲೆಂಡ್, ಸಿ. (2003) "ದ ಏಸ್ಟಿಮೇಟ್ಸ್ ಇನ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್ ಆನ್ ಎ ಸ್ಟೋರಿ" ಕೆನಡಿಯನ್ ಜರ್ನಲ್ ಆಫ್ ಸೈನ್ಸ್, ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್ ಅಂಡ್ ಟೆಕ್ನಾಲಜಿ, 3 (4), 487-498.
4. ರೋಟಾ, ಜಿ.ಸಿ. (1997). "ದ ಫೆನಾಮಿನಾಲಿಟಿ ಆಫ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕಲ್ ಬ್ಯೂಟಿ". ಸಿಂಟ್‌ಬೇಸ್, 111 (2) 171-182.
5. ನ್ಯಾಷನಲ್ ಕೌನ್ಸಿಲ್ ಆಫ್ ಟೀಚರ್ಸ್ ಆಫ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್ (ಎನ್‌ಸಿಟಿಎಂ). (1989, ಪುಟ 79) ಕರಿಕ್ಯುಲಮ್ ಅಂಡ್ ಎವಾಲ್ಯುಯೇಷನ್ ಆನ್ ಸ್ಟಾಂಡರ್ಡ್ಸ್ ಆಫ್ ಸ್ಕೂಲ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್, ರೆಸ್ಪನ್ಸ್, ವಿಎ, ಎನ್‌ಸಿಟಿಎಂ.

6. ಸಿಂಕ್ಲೇಯ್, ಎನ್., & ಕ್ರೆಸ್ಪೋ, ಎಸ್. (2006) "ವಾಟ್ ಮೇಕ್ಸ್ ಎ ಗುಡ್ ಪ್ರಾಬ್ಲಂ ? ಎನ್ ಏಸ್ಟೆಟಿಕ್ಸ್ ಲೆನ್ಸ್" ಇನ್ ಜಿ. ನೋವೋತ್ಸಾ, ಹೆಚ್. ಮೋರೋವಾ, ಎಂ. ಕ್ರಾಟ್ಯಾ & ಎನ್. ಸ್ಟೆಪ್ಲಿಕ್ನೋವ (ಇಡಿಎಸ್). ಪ್ರೊಸೀಡಿಂಗ್ಸ್ ಆಫ್ ದ ಥರ್ಡ್ ಇಂಟರ್ನಾಷನಲ್ ಕಾಂಫರೆನ್ಸ್ ಆಫ್ ದ ಇಂಟರ್ನ್ಯಾಷನಲ್ ಗ್ರೂಪ್ ಫಾರ್ ದ ಸೈಕಾಲಜಿ ಆಫ್ ಮ್ಯಾಥಮ್ಯಾಟಿಕ್ಸ್ ಎಜುಕೇಷನ್, ಸಂಪುಟ 5, ಪುಟ 129-136. ಪ್ರೇಗ್.

### ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಬಳಕೆ

ಈ ಮೂರು ಋಜುವಾತುಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

1. ಕೇವಲ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ಆ ಪ್ರತಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಂತೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಹೇಳುವುದು.
2. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಚಿತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ, ನಂತರ ಆ ಸಂಬಂಧಗಳು "ಏಕೆ" ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ಕೇಳುವುದು; ಎಂದರೆ, ಅವು ಏಕೆ ನಿಜವಾಗಿದೆ ಎಂದು.
3. ಪ್ರತಿ ಋಜುವಾತಿನ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಹೊಸ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಋಜುವಾತು ಮಾಡಿ ಎನ್ನುವುದು.
4. ಹೊಸ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಿ ಎಂದು ಅವರನ್ನು ಕೇಳುವುದು (ಉದಾಹರಣೆಗೆ: ಋಜುವಾತು II ರ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನವು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಕೋನ ಆಗಿರುವಾಗ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದು).

ಮೋಷೆ ಸ್ಟುಪೆಲ್ ಒಬ್ಬ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರು, ಗಣಿತ ಇಲಾಖೆಯ ಮುಖ್ಯಸ್ಥರು ಮತ್ತು ಎರಡು ಕಾಲೇಜುಗಳಲ್ಲಿ ಸೇವಾಪೂರ್ವ ಬೋಧಕರು ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಣತಜ್ಞರು ಆಗಿದ್ದಾರೆ: ದ ಶಾನನ್ ಅಕಾಡೆಮಿಕ್ ಕಾಲೇಜ್ ಮತ್ತು ದ ಗೋರ್ಡಾನ್ ಅಕಾಡೆಮಿಕ್ ಕಾಲೇಜ್. ಇದಕ್ಕೂ ಮೊದಲು ಅವರು ಪ್ರೌಢಶಾಲೆಯ ಪ್ರಾಂಶುಪಾಲರಾಗಿದ್ದರು. ಅವರು ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದ ಬಗ್ಗೆ 40 ಅಧ್ಯಯನಪತ್ರಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಅವರ ಇತ್ತೀಚಿನ ಸಂಶೋಧನೆಯು ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರದ ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳು ಮತ್ತು ಗಣಿತದಲ್ಲಿನ ಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕ ರೇಖಾಗಣಿತೀಯ ಪರಿಸರ (ಡಿಜಿಇ)ಗಳಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನತೆ ಮತ್ತು ಅಭಿನ್ನತೆಗಳ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರಿತವಾಗಿದೆ. ಅವರನ್ನು ಈ ಕೊಂಡಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದು: [stupel@bezeqint.net](mailto:stupel@bezeqint.net).

ಡಾ. ಅವೀ ಸೀಗ್ಲರ್ ಪ್ರೌಢಶಾಲಾ ಮಟ್ಟದ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಸುಮಾರು ನಾಲ್ಕು ದಶಕಗಳನ್ನು ಕಳೆದಿದ್ದಾರೆ. ಇತ್ತೀಚಿನ ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಅವರು ಕಾಲೇಜ್ ಆಫ್ ಟೀಚರ್ ಎಜುಕೇಷನ್ ಚೌಕಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಕೊಂಡು, ಶಾನನ್ ಕಾಲೇಜ್, ಹಾಯ್ವು, ಇಸ್ರೇಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಹಿರಿಯ ಉಪನ್ಯಾಸಕರಾಗಿ ಸೇವೆ ಸಲ್ಲಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ರೇಖಾಗಣಿತೀಯ ರಚನೆಗಳ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ವಿವಿಧ ರೇಖಾಗಣಿತೀಯ ಆಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ವಿಶೇಷ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಕುರಿತಾದ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಇವರು ಹಲವಾರು ಲೇಖನಗಳನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸಿದ್ದಾರೆ.